

제 23 장 연속적인 전하분포와 가우스 법칙

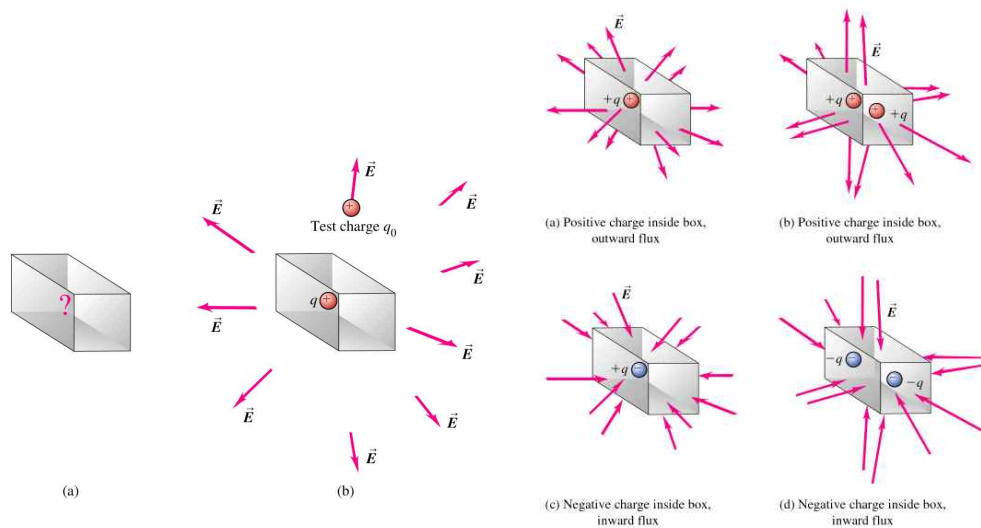
: 전하 분포형태에 따른 임의의 점의 전기장(electric field)세기를 구하기가 쉽지 않다.

: 대칭적 전하분포인 경우의 임의의 점의 전기장의 세기는 Gauss's law 적용

23-2 전하와 전기다발(electric flux : 전기 선속 = 전속)

* 닫힌 표면(closed surface) = 가우스 면(Gauss surface)

: 임의의 전하를 둘러싸고 있는 가상적인 면



: 상자 안의 전하량 q 을 알면 상자면의 전기장 $\vec{E}$ 를 알 수 있고, 상자면의 전기장 $\vec{E}$ 를 알면 상자안의 전하량 q 을 알 수 있다.

* 전기다발(electric flux = 전기선 속)

: 전기장 벡터의 흐름 [전기력선의 다발(=묶음)]

* 닫힌 표면 내의 알짜 전하와 그 면을 지나는 전기다발의 관계

- 1) 알짜 전기다발(net electric flux)이 닫힌 표면을 뚫고 나가는지 혹은 들어 오는지는 닫힌 표면 내에 있는 전하의 부호에 의존한다.
- 2) 닫힌 표면 밖의 전하에 의한 알짜 전기다발은 0이다.
- 3) 알짜 전기다발은 닫힌 표면 내에 포함된 알짜 전하량(net charge)에 비례하지만 닫힌 표면의 크기에는 무관하다.

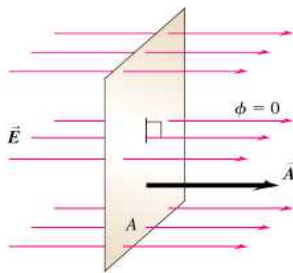
* 전기다발 크기(Φ_E)

: 전기장에서 임의의 면을 관통하는 전기력선의 수

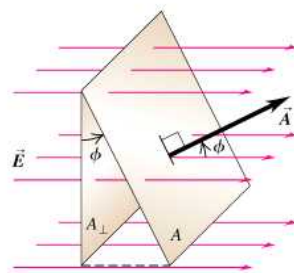
: 전기장의 임의의 면에 대한 법선성분 즉 전기장의 면적적분과 같다

: 전기장의 세기 E 와 전기장에 수직인 면적 A (벡터 $\vec{A}$ 는 전기장 방향)의 곱으로 정의 한다.

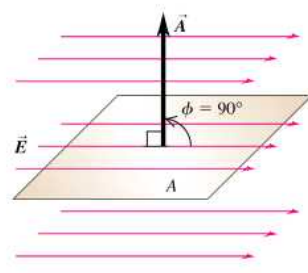
$$\Phi_E = EA$$



(a) Surface face-on to electric field
 $\vec{E}$ and $\vec{A}$ parallel
angle between $\vec{E}$ and $\vec{A}$ is $\phi = 0$
flux $\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA$



(b) Surface tilted from face-on orientation
by an angle ϕ
angle between $\vec{E}$ and $\vec{A}$ is ϕ
flux $\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos \phi$



(c) Surface edge-on to electric field
 $\vec{E}$ and $\vec{A}$ perpendicular angle
between $\vec{E}$ and $\vec{A}$ is $\phi = 90^\circ$
flux $\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos 90^\circ = 0$

* 균일한 전기장 내에서의 전기다발

: 전기장에 수직이 아닌 단면의 전기다발

$$\Phi_E = EA \cos \phi$$

: 벡터로 표시하면

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A}$$

where $\vec{A}$: 면적벡터, $\vec{A} = A\vec{n}$. $\vec{n}$ 은 A 에 수직인 단위벡터

* 전기다발의 일반적인 정의

$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int E \cos \phi dA = \int E dA \cos \phi = \int E_{\perp} dA$$

⌊ 전기다발 Φ_E 는 전기장의 면적적분과 같다.

* 폐곡면(For closed area) 이면

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

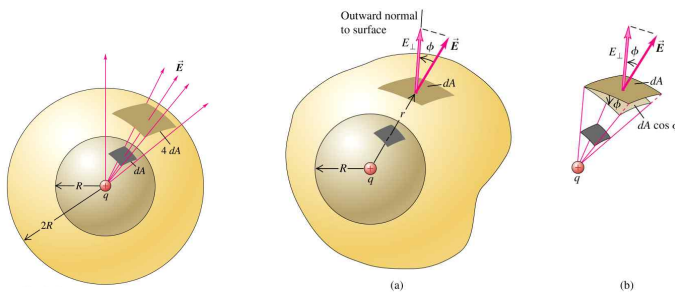
23-3 Gauss 법칙

: 전하와 전기장의 관계를 나타내는 쿨롱의 법칙에 대한 다른 표현이다.

* 가우스 법칙(Gauss's law)

- : 닫힌 표면 위에서의 전기장과 그 표면 안의 전하분포의 관계를 알 수 있는 법칙이다.
- : 전하분포로부터 임의의 거리에 가상의 닫힌 표면(가우스 면)을 설정하고 그 닫힌 면상의 전기장의 세기를 구할 수 있는 법칙이다.

“임의의 닫힌 표면(폐곡면=가우스면)을 통과하는 총 전기다발(Φ_E : 총 전기선속)은 그 닫힌 표면안의 총 알짜전하(Q_{encl})를 ϵ_0 로 나눈 것과 같다.”



$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{encl}}{\epsilon_0}$$

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q_{encl}$$

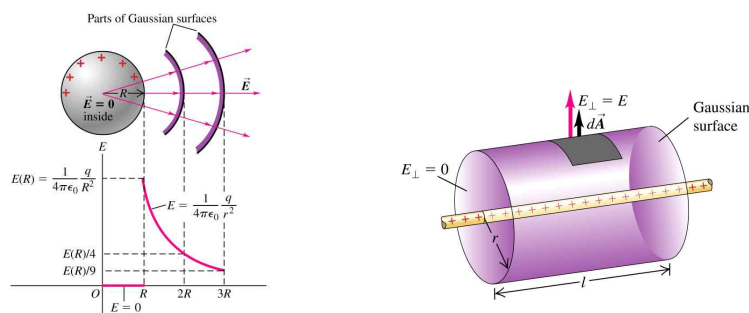
: 스칼라 곱을 풀어서 여러 표현으로 쓰면

$$\Phi_E = \oint E \cos \phi \, dA = \oint E_{\perp} \, dA = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{encl}}{\epsilon_0}$$

23-5 Gauss 법칙의 응용

: 임의의 전하분포에 대해 Gauss's law를 적용 $\rightarrow$ Electric field을 구함.

+ 대전된 도체 구에 의한 전기장



$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \epsilon_0 \oint E dA = q \quad (\because \cos\theta, \theta = 0)$$

$$\epsilon_0 E \oint dA = q, \quad \epsilon_0 E (4\pi r^2) = q$$

$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}, \quad r \rightarrow R_1, R_2, R_3 \dots$$

+ 선 전하에 의한 전기장

: 선 전하밀도가 λ 인 무한히 긴 도선으로부터 r 인 점의 전기장의 세기

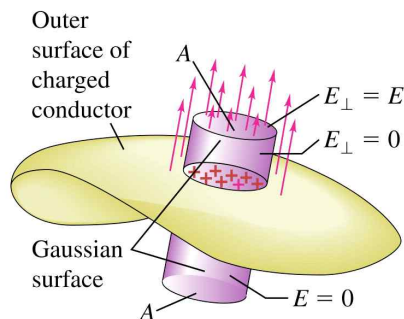
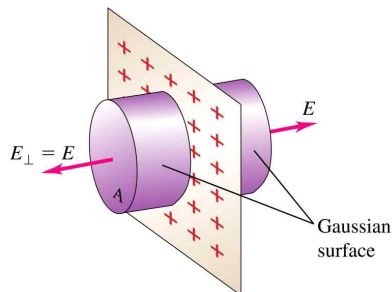
From the Gauss's law, 선 전하 밀도 $\lambda = \frac{q}{l}, \quad q = \lambda l$

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \epsilon_0 \oint E dA = q, \quad \epsilon_0 E \oint dA = q,$$

$$\epsilon_0 E (2\pi r l) = \lambda l$$

$$\therefore E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

+ 무한 평판 전하에 의한 전기장



: 면 전하밀도가 σ 인 무한히 크고 얇은 절연된 평판으로부터 r 떨어진 곳의 전기장의 세기

: From the Gauss's law

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q, \quad \epsilon_0 (EA + EA) = \sigma A$$

$$\therefore E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

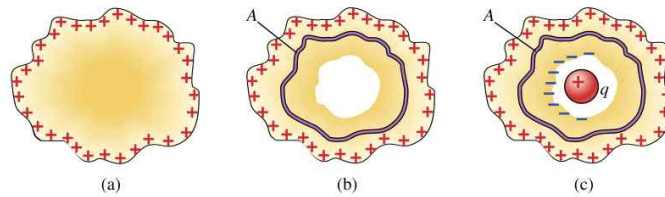
* 대전 도체 판 사이 표면에서 전기장

: Gauss 법칙에 의하여 - 전기력선은 한쪽 면으로만 통과하므로

$$EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0} \quad \therefore E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

24-6 도체 위의 전하

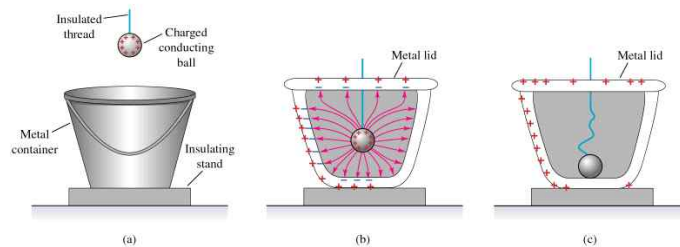
- 1) 도체 내부의 모든 점에서 전기장은 0이고 대전도체의 과잉 전하는 표면에만 존재한다.
- 2) 도체 내부에 공동이 있을 경우 공동 내에 전하가 없다면 공동내부 전기장은 0이다.
- 3) 공동 내에 전하가 있는 경우 도체는 대전되지 않았으므로 도체에서의 총 전하는 0이어야 하고 전하 $+q$ 가 도체 표면에 나타나야 한다.



* Gauss 법칙의 실험적 검증

① Faraday 얼음 통 실험

: Gauss 법칙과 Coulomb의 법칙이 타당함을 확인



전하분포	전기장의 계산 장소	전기장의 세기
점전하 q	q 로부터 거리 r	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$
반지름 R 인 구형 도체에서의 q	구 외부, $r > R$	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$
	구 내부, $r < R$	$E = 0$
무한 도선, 단위 길이당 전하 λ	도선으로부터 거리 r	$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$
단위 길이당 전하 λ 로 대전된 반지름 R 인 무한길이의 도체 원기둥	원기둥 외부, $r > R$	$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$
	원기둥 내부, $r < R$	$E = 0$
전하 Q 가 전 부피에 균일하게 분포된 반지름 R 인 고체 구형 유전체	구 외부, $r > R$	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$
	구 내부, $r < R$	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qr}{R^3}$
단위 면적당 σ 로 대전된 무한 평판 겹질	모든 점	$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
면 전하밀도가 각각 $+\sigma$ 및 $-\sigma$ 인 반대로 대전된 평판	두 평판 사이의 임의의 점	$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

- 1) λ 는 선 전하 밀도(도체의 단위길이 당 전하),
- 2) σ 는 면 전하 밀도(도체의 단위면적 당 전하)이다.