

Chapter 5

전기 영상법

5.1 전기영상법

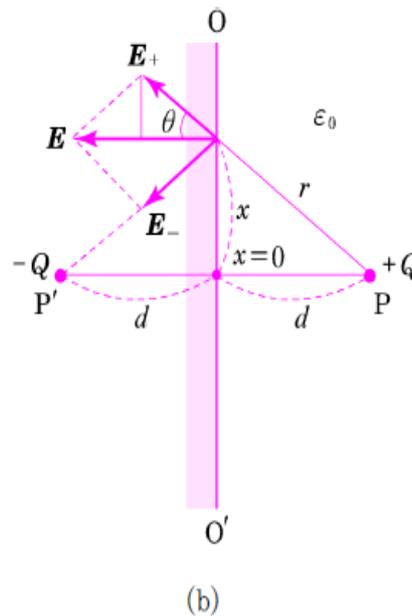
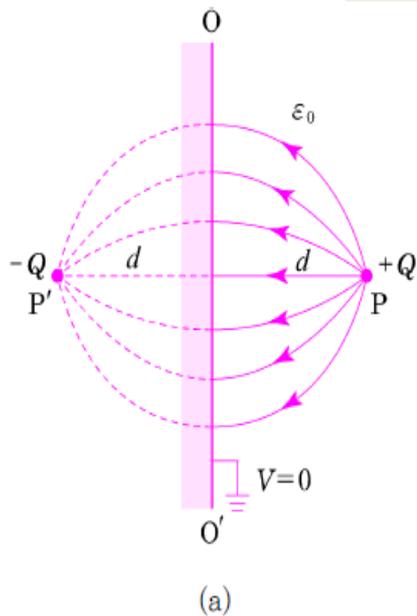
● 전기 영상법(electric image method)

도체의 전하 분포 및 경계 조건을 교란시키지 않는 전하를 가상함으로써
간단히 도체 주위의 전계를 해석하는 방법

5.1.1 무한 평판 도체와 점전하

무한 평판 도체와 거리 d 떨어진 점 P 에 점전하 Q

(1) 영상전하 : 영상점 P' , 영상전하 $-Q$



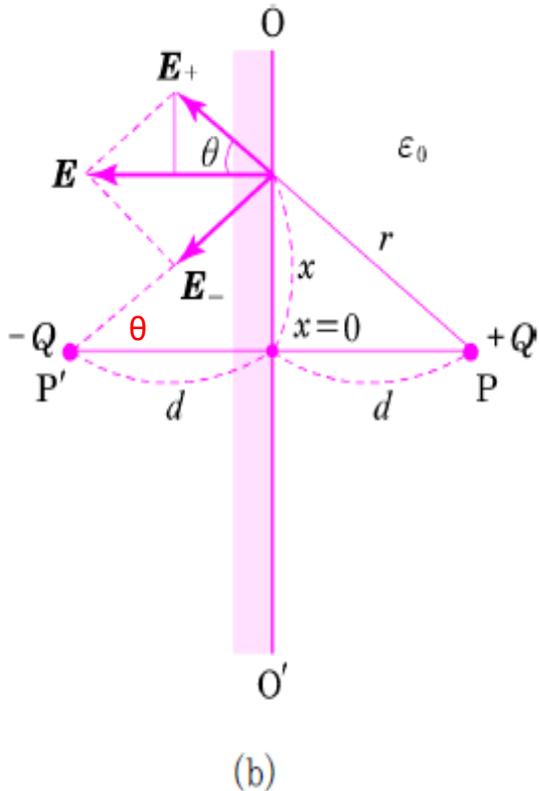
※ 점 P' 에 $-Q$ 의 전하를 놓고 도체를 제거하면
두 점 전하에 의한 정전계의 해석을 적용할 수
있게 되어 구조가 간단해 진다.

→ 전기영상법

5.1 전기영상법

5.1.1 무한 평판 도체와 점전하

그림 b)에서 $E = E_+ + E_-$ 의 합성으로 나타내면



$$E_+ = E_- = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 (d^2 + x^2)}$$

$$E = 2 E_+ \cos\theta = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 (d^2 + x^2)} \cdot \frac{d}{\sqrt{d^2 + x^2}}$$

$$\therefore E = \frac{Qd}{2\pi\epsilon_0 (d^2 + x^2)^{3/2}}$$

※ 도체는 등전위이므로 표면에 수직으로 분포

1) 도체 표면에 전하분포는

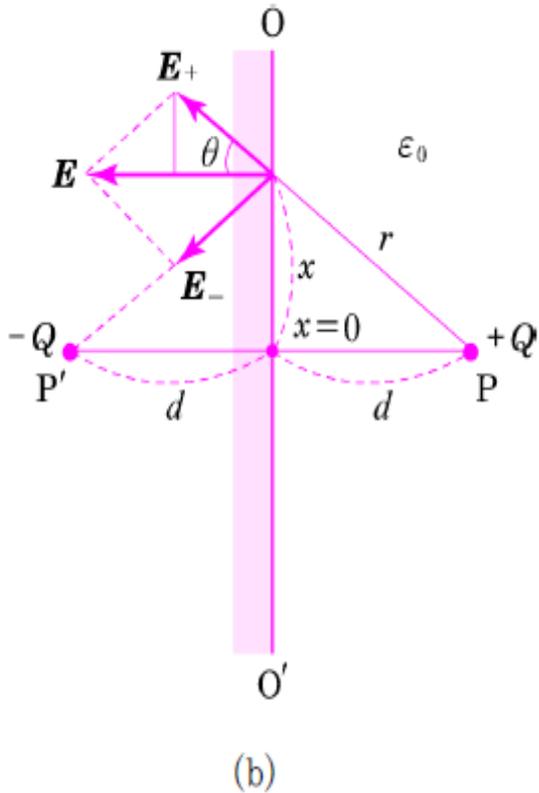
$$D = \sigma, \quad D = \epsilon_0 E \text{ 이므로 } \therefore \sigma = \epsilon_0 E$$

$$\sigma = \epsilon_0 E = \frac{Qd}{2\pi(d^2 + x^2)^{3/2}} \text{ [C/m}^2\text{]}$$

5.1 전기영상법

5.1.1 무한 평판 도체와 점전하

그림 b)에서 $x=0$ 일 경우 전하밀도는 최대가 되므로



2) 도체 표면의 최대전하밀도 σ_{\max}

$$\sigma = \epsilon_0 E = \frac{Qd}{2\pi(d^2 + x^2)^{3/2}} \text{ [C/m}^2\text{]}$$

$$\Rightarrow |\sigma|_{\max} = \frac{Q}{2\pi d^2} \text{ [C/m}^2\text{]}$$

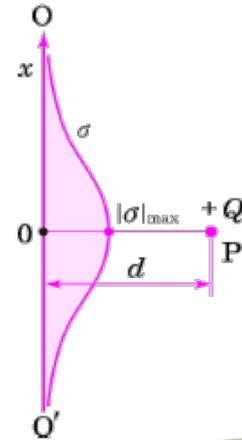
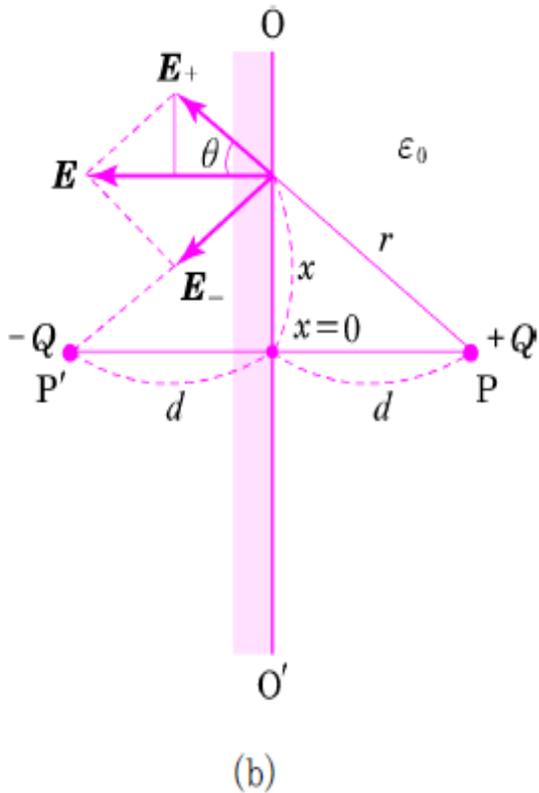


그림 5.2 ▶ 유도전하분포

5.1 전기영상법

5.1.1 무한 평판 도체와 점전하

그림 b)에서 도체표면에 유도되는 총전하는 영상전하 $-Q$ 와 같기 때문에 유도전하 $-Q$ 와 점전하 Q 인 두점전하 사이에 작용하는 힘 F 는 쿨롱의 법칙이 적용



3) 영상력(Image force) : 흡인력

→ 무한평판 도체가 받는 힘에 해당되며

영상력은 전하의 종류에 관계없이 항상 흡인력이 작용됨

$$F = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 (2d)^2} = \frac{Q^2}{16\pi\epsilon_0 d^2} \text{ [N]}$$

5.1 전기영상법

5.1.2 접지 도체구와 점전하

반지름 a 인 접지 도체구로부터 d 떨어진 점에 점전하 Q

→ 도체 구면상의 모든 점에서 $V=0$ (접지)를 만족

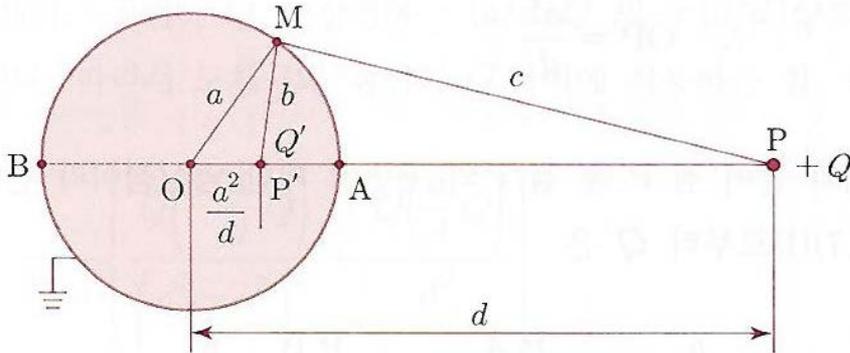


그림 5.4 ▶ 접지 도체구와 점전하

$$\begin{cases} V_M = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q'}{b} + \frac{Q}{c} \right) = 0 \\ V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q'}{P'A} + \frac{Q}{PA} \right) = 0 \\ V_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q'}{P'B} + \frac{Q}{PB} \right) = 0 \end{cases}$$

※ 위의 식에서 각각 괄호 안은 0이기 때문에

$$\begin{aligned} \frac{b}{c} &= -\frac{Q'}{Q}, \quad \frac{P'A}{PA} = -\frac{Q'}{Q}, \quad \frac{P'B}{PB} = -\frac{Q'}{Q} \\ \therefore \frac{b}{c} &= \frac{P'A}{PA} = \frac{P'B}{PB} \left(= -\frac{Q'}{Q} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{P'A}{PA} &= \frac{a - OP'}{d - a}, \quad \frac{P'B}{PB} = \frac{a + OP'}{d + a} \\ \therefore \frac{a - OP'}{d - a} &= \frac{a + OP'}{d + a} \end{aligned}$$

5.1 전기영상법

5.1.2 접지 도체구와 점전하

반지름 a 인 접지 도체구로부터 d 떨어진 점에 점전하 Q

(1) 영상점 P' : 중심에서 $\frac{a^2}{d}$

(2) 영상전하 : $Q' = -\frac{a}{d}Q$

(3) 영상력 : 흡인력

$$F = \frac{Q\left(-\frac{a}{d}Q\right)}{4\pi\epsilon_0\left(\frac{d^2 - a^2}{d}\right)^2} = -\frac{adQ^2}{4\pi\epsilon_0(d^2 - a^2)^2} \text{ [N]}$$

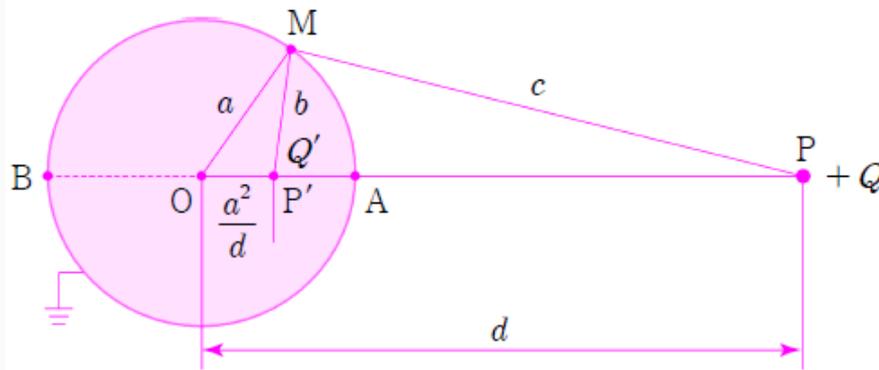


그림 5.4 ▶ 접지 도체구와 점전하

5.1 전기영상법

5.1.3 비접지 도체구와 점전하

반지름 a 인 접지 도체구로부터 d 떨어진 점에 점전하 Q

(1) 영상전하 : $Q' = -\frac{a}{d}Q$ $Q'' = \frac{a}{d}Q$

(2) 영상력 : 흡인력

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{Q\left(-\frac{a}{d}Q\right)}{\left(\frac{d^2 - a^2}{d}\right)^2} + \frac{Q\left(\frac{a}{d}Q\right)}{d^2} \right\}$$

$$\therefore F = -\frac{a^3 Q^2 (2d^2 - a^2)}{4\pi\epsilon_0 d^3 (d^2 - a^2)^2} \text{ [N]}$$

※ 비접지 도체구는

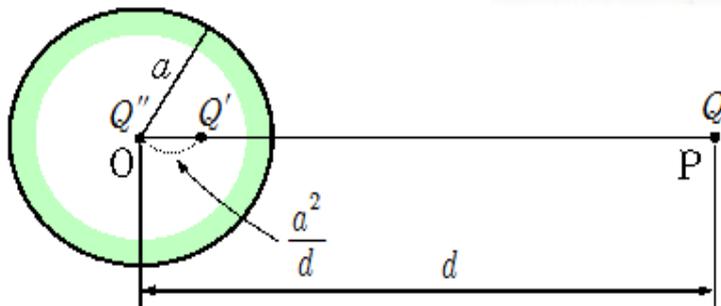
점전하에 의한 정전유도로 전하가

분리되어 발생하기 때문에

도체구 내부의 총 전하는 0이

되어야 함

※ 구면상은 등전위가 됨



[비접지 도체구와 점전하]